

Ασκήσεις Επανάληψης – Διαγνωσιμότητα και Αναγωγές

Άσκηση 1

Για κάθε μια από τις πιο κάτω γλώσσες να αποφασίσετε κατά πόσο είναι διαγνώσιμη. Σε περίπτωση που η γλώσσα είναι διαγνώσιμη να δώσετε αλγόριθμο (περιγραφή υψηλού επιπέδου) που να τη διαγιγνώσκει ενώ, αν δεν είναι διαγνώσιμη να αποδείξετε τη μη διαγνωσιμότητά της μέσω αναγωγής σε κάποιο γνωστό μη διαγνώσιμο πρόβλημα.

(α) $L_1 = \{a^n \mid n = k^2, k \in \mathbb{N}\}$

(β) $L_2 = \{a^n \mid n = 3k \text{ ή } n = 4k, k \in \mathbb{N}\}$

(γ) $L_3 = \{\langle M, k \rangle \mid \eta \text{ M είναι μια TM η οποία τερματίζει σε τουλάχιστον μια λέξη } w \in \{0,1\}^k\}$

(δ) $L_4 = \{\langle R \rangle \mid \eta \text{ R είναι μια κανονική έκφραση η οποία παράγει τουλάχιστον μια λέξη η οποία περιέχει την υπολέξη 101}\}$

(ε) $L_5 = \{\langle G, k \rangle \mid \eta \text{ G είναι μια ασυμφραστική γραμματική η οποία παράγει κάποια λέξη } 1^n \text{ όπου } n \leq k\}$

(ζ) $L_6 = \{\langle M \rangle \mid \eta \text{ M είναι μια TM η οποία αποδέχεται πεπερασμένο αριθμό λέξεων}\}$

(η) $L_7 = \{\langle M \rangle \mid \eta \text{ M είναι μια TM η οποία δεν αποδέχεται τη λέξη 111}\}$

(θ) $L_8 = \{\langle D \rangle \mid \text{το D είναι ένα DFA και } L(D) = \Sigma^*\}$

(ι) $L_9 = \{\langle M \rangle \mid \eta \text{ M είναι μια TM η οποία σε κάποια λέξη διέρχεται από τουλάχιστον 50 βήματα}\}$

Άσκηση 2

Θεωρήστε το πρόβλημα του προσδιορισμού κατά πόσο μια μηχανή Turing M με δύο ταινίες θα επιχειρήσει να γράψει ένα μη κενό χαρακτήρα στη δεύτερη ταινίας της κατά τον υπολογισμό μιας συμβολοσειράς w.

(α) Να μορφοποιήσετε το πρόβλημα ως μια γλώσσα Λ.

(β) Να αποδείξετε ότι η Λ είναι μια μη διαγνώσιμη γλώσσα.

Άσκηση 3

Να δείξετε ότι οι πιο κάτω γλώσσες είναι διαγνώσιμες.

$$\{\langle M, w \rangle \mid \eta \text{ M είναι μια TM και η w μια λέξη έτσι ώστε κατά τη διάρκεια του υπολογισμού της στο w η M θα επιχειρήσει να κινήσει την κεφαλή της αριστερά} \}$$

Άσκηση 4

Εργάζεστε ως προγραμματιστής/προγραμματίστρια σε μια εταιρεία δημιουργίας λογισμικού. Ο εργοδότης σας, σας έχει αναθέσει τις πιο κάτω εργασίες. Επιχειρηματολογήστε κατά πόσο οι εργασίες αυτές είναι ή όχι εφικτό να υλοποιηθούν.

(α) Η εταιρεία σας έχει δημιουργήσει μια καινούρια γλώσσα προγραμματισμού, την Guana. Ωστόσο, τα πλείστα προγράμματα που έχουν κατασκευαστεί από την εταιρεία είναι

γραμμένα σε Java. Εργασία: Η κατασκευή ενός μεταφραστή ο οποίος να μεταφράζει προγράμματα της Java στη Guava.

(β) Η εταιρεία επιθυμεί όλα τα προγράμματά της να τρέχουν σε χρόνο μικρότερο από 15s. Εργασία: Η κατασκευή ενός προγράμματος το οποίο με δεδομένο εισόδο ένα πρόγραμμα να ελέγχει κατά πόσο το πρόγραμμα τερματίζει μέσα σε 15s για όλα τα πιθανά δεδομένα εισόδου.

(γ) Η εταιρεία επιθυμεί να εκλεπτύνει όλα τα προγράμματά της έτσι ώστε να μην περιέχουν νεκρό κώδικα (νεκρός κώδικας = τμήματα του κώδικα που δεν εκτελούνται ποτέ). Εργασία: Η κατασκευή ενός προγράμματος το οποίο, με δεδομένο εισόδο ένα πρόγραμμα, να εντοπίζει κατά πόσο το πρόγραμμα περιέχει νεκρό κώδικα και, αν ναι, να προσδιορίζει τον κώδικα αυτό.