

Σειρά Προβλημάτων 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 26/02/18

Άσκηση 1 [12 μονάδες]

Να δώσετε κανονικές εκφράσεις που να περιγράφουν τις πιο κάτω γλώσσες.

(α) Όλες οι λέξεις επί του αλφάβητου $\{0,1\}$ οι οποίες περιέχουν το σύμβολο 0 τουλάχιστον δύο και όχι περισσότερες από τέσσερις φορές.

(β) Όλες οι λέξεις w επί του αλφάβητου $\{0,1\}$ οι οποίες έχουν μήκος $|w|$, τέτοιο ώστε $|w| \bmod 5 = 3$.

(γ) Όλες οι λέξεις επί του αλφάβητου $\{0,1\}$ στις οποίες κάθε εμφάνιση της συμβολοσειράς 00 ακολουθείται συνεχόμενα από τη συμβολοσειρά 11.

[Παράδειγμα: Οι λέξεις 010, 0100111 ανήκουν στη γλώσσα, ενώ οι λέξεις 00011 και 001100 δεν ανήκουν στη γλώσσα.]

(δ) Όλες οι λέξεις επί του αλφάβητου $\{0,1\}$ στις οποίες δεν εμφανίζεται η συμβολοσειρά 010.

Άσκηση 2 [34 μονάδες]

Θεωρήστε τις γλώσσες

$$\Lambda_1 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \eta \ w \ \text{περιέχει} \ \text{τη} \ \text{λέξη} \ aa \ \text{το} \ \text{πολύ} \ \text{μια} \ \text{φορά} \}$$

$$\Lambda_2 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \eta \ w \ \text{περιέχει} \ \text{τη} \ \text{λέξη} \ bb \ \text{ακριβώς} \ \text{μία} \ \text{φορά} \}$$

Να υπολογίσετε την κανονική έκφραση που περιγράφει την τομή των δύο γλωσσών ακολουθώντας τα πιο κάτω βήματα.

(i) Να περιγράψετε τις γλώσσες Λ_1 και Λ_2 ως NFA N_1 και N_2 , αντίστοιχα.

(ii) Να μετατρέψετε τα αυτόματα N_1 και N_2 σε ισοδύναμα DFA D_1 και D_2 , αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας τον σχετικό αλγόριθμο (Διαφάνεια 2-37 και 2-38).

(iii) Να δημιουργήσετε το αυτόματο D που αναγνωρίζει την τομή των γλωσσών των αυτομάτων D_1 και D_2 χρησιμοποιώντας τη μέθοδο που παρουσιάζεται στην Άσκηση 3 του Φροντιστηρίου 2.

(iv) Να μετατρέψετε το αυτόματο D στην ισοδύναμη κανονική έκφραση χρησιμοποιώντας τον σχετικό αλγόριθμο (Διαφάνεια 3-20).

[Σημείωση: Επειδή το αυτόματο D είναι πολύ μεγάλο σε μέγεθος, στην άσκηση αυτή να εφαρμόσετε μόνο 5 επαναλήψεις του αλγόριθμου, αφαιρώντας 5 κορυφές που μπορείτε να επιλέξετε όπως επιθυμείτε.]

Άσκηση 3 [32 μονάδες]

Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω γλώσσες είναι κανονικές αιτιολογώντας με ακρίβεια τις απαντήσεις σας.

(α) $\{ x \mid x = 10^m + 10^n + 1, m > n \geq 1 \}$

(β) $\{ x \mid x = 10^{2n} + 10^n + 1, n \geq 1 \}$

(γ) $\{ uv^n w \mid u, v, w \in \{0,1,2\}, u \neq v, v \neq w, u \neq w, n \geq 2 \}$

(δ) $\{ uv^n w \mid u, v, w \in \{0,1,2\}^*, u \neq v, v \neq w, u = w, n \geq 2 \}$

(ε) $\{ a^{n^2+2n} \mid n \geq 0 \}$

Άσκηση 4 [10 μονάδες]

Η έννοια των ανταιοκρατικών αυτομάτων (NFA) μπορείς να γενικευθεί ώστε, αντί να υπάρχει μια μόνο αρχική κατάσταση, να υπάρχει ένα μη-κενό σύνολο από αρχικές καταστάσεις. Σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ότι το γενικευμένο NFA αποδέχεται μια λέξη αν υπάρχει μονοπάτι που ξεκινά από κάποια αρχική κατάσταση και καταλήγει σε κάποια τελική κατάσταση.

Να αποδείξετε ότι η κλάση των γλωσσών που αποδέχονται τα γενικευμένα NFA είναι η ίδια με την κλάση των γλωσσών που αποδέχονται τα αυθεντικά NFA.

(Υπόδειξη: Αρκεί να δείξετε ότι για κάθε γενικευμένο NFA (με περισσότερες από μια αρχική καταστάσεις) υπάρχει ισοδύναμο αυτόματο με μια μοναδική αρχική κατάσταση.

Άσκηση 5 [12 μονάδες]

(α) Να προτείνετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου μια κανονική έκφραση να αποφασίζει κατά πόσο η γλώσσα που περιγράφεται από την κανονική έκφραση είναι μη πεπερασμένη.

(β) Να προτείνετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου μια κανονική έκφραση να αποφασίζει κατά πόσο η γλώσσα που περιγράφεται από την κανονική έκφραση είναι η \emptyset .